

Musterlösung

Jakob, Leon, Lukas, Niklas

Spule und Kondensator

1.1

$$U_0 = 1500 \text{ mV} = 1,5 \text{ V}$$

$$t = 5,75 \text{ s}$$

U_R beschreibt den Spannungsabfall über den Widerstand R

$$U_R = R \cdot I \rightarrow I = \frac{U_R}{R}$$

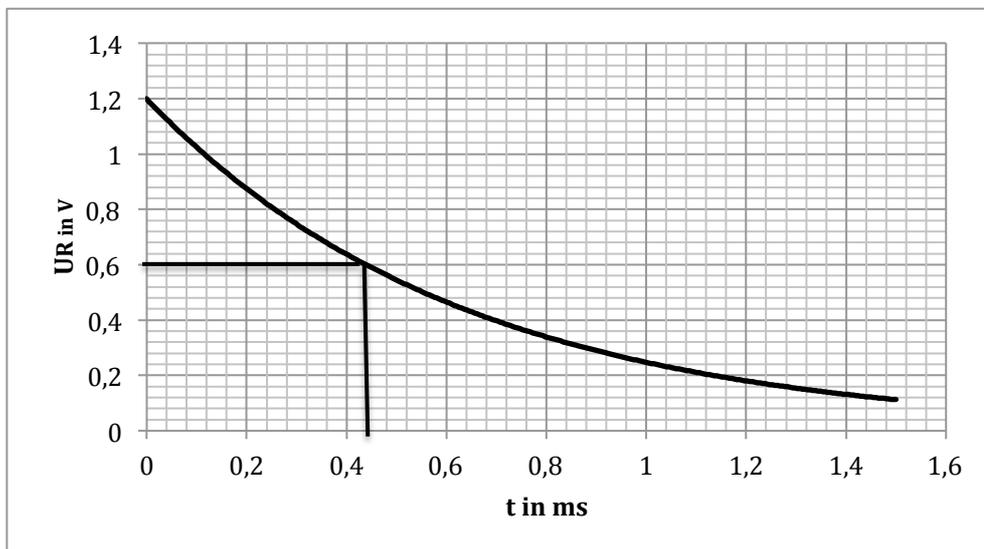
Da R und L in Reihe geschaltet sind, fließt gleicher Strom durch R und L.

1.2.

Beim Einschalten erzeugt die Induktivität nach der Lenzschen Regel eine Selbstinduktionsspannung U_L , die den Stromanstieg verzögert. Im Einschaltmoment mit maximaler Stromänderung ist die Selbstinduktionsspannung fast gleich der Generatorspannung. Die Spule baut ihr Magnetfeld auf und speichert darin Energie. In gleichen Zeitintervallen betrachtet, sind die Magnetfeld- und Stromänderungen anfangs am größten und nehmen bis zum Endwert hin ab.

Beim Abschalten fließt nach dem Induktionsgesetz und der Lenzschen Regel unter Abbau des Magnetfelds der Kurzschlussstrom in gleicher Richtung wie der unterbrochene Versorgerstrom weiter. Die Ursache für den Kurzschlussstrom ist das Magnetfeld und die daraus an der Spule entstehende Selbstinduktionsspannung. Verglichen mit dem Einschaltmoment ist die Polarität entgegengesetzt.

1.3



$$t_H = 0,45 \text{ ms}$$

1.4

$$L = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot A}{l}$$

$$L = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot 8000^2 \cdot 0,00465}{0,48}$$

$$L = 0,779115 \text{ H}$$

$$[H] = \left[\frac{H \cdot m^2}{m \cdot m} \right]$$

$$[H] = [H]$$

$$L = \frac{R_G \cdot t_H}{\ln 2}$$

$$L = \frac{1250 \cdot 0,45 \cdot 10^{-3}}{\ln 2}$$

$$L = 0,811516 \text{ H}$$

$$[H] = \left[\frac{V \cdot s}{A} \right]$$

$$[H] = [H]$$

2.1

Schalterposition 1:

Ein Kondensator wird mit konstanter Gleichspannung über einen ohmschen Vorwiderstand aufgeladen. Die Spannung nimmt zunächst schnell zu und steigt dann immer langsamer. Dies liegt daran, dass das im Kondensator entstehende elektrische Feld dem Ladevorgang entgegen wirkt. Mit steigender Spannung des Kondensators wird also zunehmend mehr Energie für eine weitere Spannungserhöhung benötigt. Entsprechend verringert sich die Spannung am Widerstand und nach dem Ohmschen Gesetz nimmt der Strom in der Reihenschaltung ab. Ist die Spannung am Widerstand auf den halben Anfangswert gesunken, so ist auch der Ladestrom nur noch halb so groß. Nach dem Ladevorgang ist die gesamte Energie als Feldenergie gespeichert. Beim Entladen wird diese wieder frei.

Schalterposition 2:

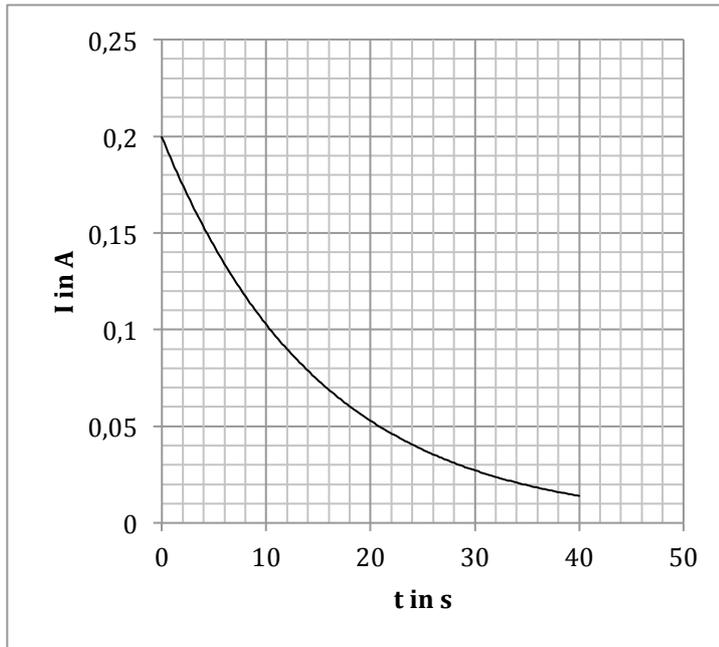
Beim Entladen wirkt der Kondensator wie eine Spannungsquelle mit einem geringen Innenwiderstand. Der Strom fließt in entgegengesetzter Richtung zum Ladestrom. Die Spannung nimmt zunächst schnell ab und sinkt dann immer langsamer, da das im Kondensator bestehende elektrische Feld beim Entladen immer schwächer wird.

2.2

$$I(t) = I_0 \cdot e^{\left(-\frac{t}{R \cdot C}\right)}$$

$$I_0 = \frac{U}{R} = \frac{6}{30} = 0,2 \text{ A}$$

$$I(t) = 0,2 \cdot e^{\left(-\frac{t}{0,5 \cdot 30}\right)}$$



Erst musste die allgemeine Gleichung für die Entladungsfunktion aufgestellt werden ($I(t) = I_0 \cdot e^{\left(-\frac{t}{R \cdot C}\right)}$). Dann konnte I_0 durch $U = R \cdot I$ berechnet werden. R und C waren schon im Schaltplan gegeben. Diese Funktion wurde dann gezeichnet.

2.3

$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

$$[J] = [F \cdot V^2]$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 6^2$$

$$[J] = \left[\frac{A \cdot s}{V} \cdot V^2 \right]$$

$$E = 9 \text{ J}$$

$$[J] = [A \cdot s \cdot V]$$

$$[J] = [J]$$

$$Q = C \cdot U$$

$$[C] = \left[\frac{A \cdot s}{V} \cdot V \right]$$

$$Q = 0,5 \cdot 6 = 3 \text{ C}$$

$$[C] = [A \cdot s]$$

$$[C] = [C]$$

E- und B- Feld

1.1

Man kann die Werte aus der Tabelle entweder zeichnen, oder sich die Formel für die Kraft in Abhängigkeit von der Probeladung q anschauen:

$$F(q) = \frac{U}{s} \cdot q$$

Daran kann man erkennen, dass die Kräfte linear von der Probeladung q abhängen. Durch Rekursion im CAS erschließt sich die Formel:

$$F(q) = 6,87 \cdot 10^5 \cdot q + 3,94 \cdot 10^{-5}$$

Die Elektrische Feldstärke E berechnet man mit der Formel:

$$E = \frac{F}{q}$$

Für F und q nimmt man jeweils die Mittelwerte der Tabelle, um eventuell Messungenauigkeiten auszugleichen.

$$E = \frac{\emptyset F}{\emptyset q} \approx 690444 \frac{V}{m} \quad [E] = \left[\frac{N}{C} \right] = \left[\frac{kg \cdot m}{s^3 \cdot A} \right] = \left[\frac{V}{m} \right] = [E]$$

1.2

Wenn die ungeladenen Messlöffel gemeinsam in das E- Feld eingeführt werden, können sich die Elektronen frei zwischen den beiden Messlöffeln bewegen. Das führt dazu, dass die Elektronen auf den unteren Löffel wandern, da dieser dem Pluspol des Magnetfeldes zugewandt ist. Werden die beiden Löffel nun getrennt, bleiben die Elektronen auf dem unteren Löffel, da sie sich nicht mehr frei zwischen beiden Löffeln bewegen können. Die zusätzliche Ladung, die der untere jetzt besitzt, fehlt dem oberen Löffel. Daher ist der Betrag der Ladungen gleich, die Vorzeichen, aber umgekehrt.

Die Formel $\sigma = \epsilon_0 \cdot E = \frac{q}{A}$ lässt sich umformen nach E :

$$E = \frac{q}{A \cdot \epsilon_0} = 987057 \frac{V}{m} \quad [E] = \left[\frac{C \cdot m}{m^2 \cdot F} \right] = \left[\frac{A \cdot s \cdot V}{m \cdot A \cdot s} \right] = \left[\frac{V}{m} \right] = [E]$$

1.3

Die Flussdichte eines magnetischen Feldes lässt sich mit Hilfe einer Stromwaage messen. Dafür wird ein stromdurchflossener Leiter in ein Magnetfeld gehalten. Dieser Leiter hängt an einem Kraftmesser. Das Magnetfeld muss so ausgerichtet werden, dass der Leiter nach unten abgelenkt wird. Dann kann man die Kraft, sowie die Länge des Leiters messen und die magnetische Flussdichte wie folgt berechnen:

$$B = \frac{F}{I \cdot l}$$

Der größte Unterschied zwischen den Verfahren besteht jedoch in der Richtung der Ablenkung. Die Ablenkung beim E- Feld erfolgt direkt zum Pluspol (bei Elektronen). Beim B- Feld jedoch erfolgt die Ablenkung nach der "linken- Hand- Regel". Außerdem wird beim B- Feld ein stromdurchflossener Leiter benötigt, während man beim E- Feld eine Ladung benötigt.

2.1

Die Gleichung lässt sich mit einer Energiebilanz herleiten. Die kinetische Energie lässt sich einmal mit der Formel für die kinetische Energie eines Ladungsträgers nach der Beschleunigung in einem E- Feld ($E_{\text{kin}} = Q \cdot U$), oder mit der allgemeinen Formel für kinetische Energie ($E_{\text{kin}} = 0,5 \cdot m \cdot v^2$) berechnen.

$$Q \cdot U = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{2 \cdot U \cdot \frac{q}{m}}$$

Eine Vervierfachung der Betriebsspannung hätte eine Verdopplung der Geschwindigkeit zur Folge.

2.2

Das B- Feld um einen geraden stromdurchflossenen Leiter ist kreisförmig. Wenn ein geladenes Teilchen in dieses B- Feld eintritt, wird es durch die Lorentzkraft zum Leiter hin abgelenkt. Dadurch kommt es auf eine neue Bahn, welche erneut abgelenkt wird usw. . Wenn das Teilchen im richtigen Radius r ins B- Feld eintritt, kann es so durch ständige Änderung der Flugbahn auf eine Kreisbahn gelangen.

2.3

$$v = \frac{2 \cdot U_B}{r \cdot B} \approx 5,93 \cdot 10^6 \frac{m}{s} \qquad [v] = \left[\frac{V \cdot m^2}{V \cdot m \cdot s} \right] = \frac{m}{s}$$

Die angegebene Gleichung lässt sich durch eine Kräftebilanz herleiten:

$$F_L = F_r \qquad Q \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

Das v auf der linken Seite wird nun mit dem aus 2.1 hergeleiteten Ausdruck ersetzt.

$$Q \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot \sqrt{2 \cdot U_B \cdot \frac{q}{m}}^2}{r} = \frac{m \cdot 2 \cdot U_B \cdot q}{r \cdot m}$$

Anschließend wird die Gleichung nach v aufgelöst.

$$v = \frac{2 \cdot U_B \cdot q}{r \cdot q \cdot B} = \frac{2 \cdot U_B}{r \cdot B}$$

Die Spezifische Ladung $\frac{q}{m_q}$ der Teilchen beträgt:

$$\frac{q}{m_q} = \frac{v^2}{2 \cdot U_B} = 1,76 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \qquad \left[\frac{q}{m_q} \right] = \left[\frac{\left(\frac{m}{s} \right)^2}{V} \right] = \left[\frac{m^2}{V \cdot s^2} \right] = \left[\frac{m^2 \cdot s^2 \cdot A}{s^2 \cdot kg \cdot m^2} \right] = \left[\frac{A \cdot s}{kg} \right]$$

Multipliziert man diesen Ausdruck mit der Masse eines Elektrons, so erhält man in etwa die Ladung eines Elektrons.

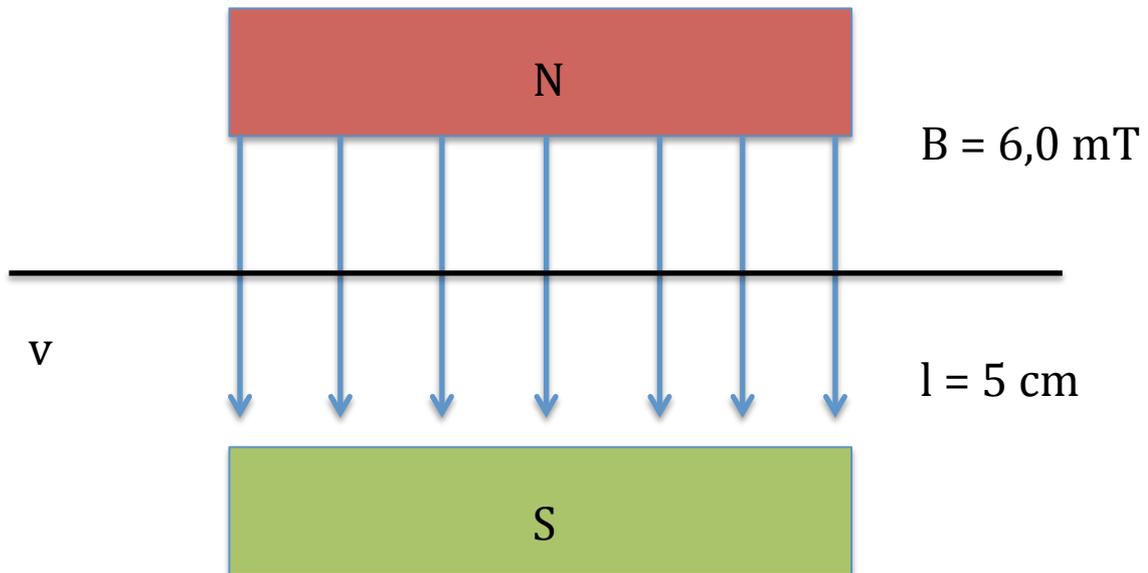
$$\frac{q}{m_q} \cdot m_e = 1,603 \cdot 10^{-19} C \approx 1,602 \cdot 10^{-19} C = e \qquad \frac{C}{kg} \cdot kg = C$$

Die Teilchen können also nur Elektronen sein.

Induktion

a)

$$U_{\text{ind}} = B \cdot v \cdot l$$



$$U_{\text{ind}} = 0,1 \text{ mV}$$

$$1 \cdot 10^{-3} = (6 \cdot 10^{-3}) \cdot (5 \cdot 10^{-2}) \cdot v$$

$$v = 3,333 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = \left[\frac{\text{V}}{\text{T} \cdot \text{m}} \right] = \left[\frac{\text{V} \cdot \text{m}^2}{\text{V} \cdot \text{s} \cdot \text{m}} \right] = \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

b)

$$B = \mu_R \cdot \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l}$$

$$6 \cdot 10^{-3} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot \frac{16000 \cdot I}{48 \cdot 10^{-2}}$$

$$I = 0,143 \text{ A}$$

$$[A] = \left[\frac{v \cdot s \cdot m}{\frac{\text{m}^2}{v \cdot s} \cdot \frac{\text{m}}{A \cdot \text{m}}} \right] = [A]$$

$$\text{Eigeninduktivität: } L = \frac{\mu_0 \cdot \mu_R \cdot N^2 \cdot A}{l}$$

Je mehr Wicklungen eine Spule besitzt, desto größer wird die Eigeninduktivität. Das gleiche gilt für die Fläche A , nur mit der Einschränkung, dass N den Exponenten 2 besitzt. Weiter noch hat man die Naturkonstante μ_0 und den Materialfaktor μ_R . Zuletzt hat die Länge l die entgegengesetzte Wirkung der beiden anderen, da je größer l wird, desto kleiner wird die Induktivität L .

$$L = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7}) \cdot 16000^2 \cdot (60 \cdot 10^{-4})}{48 \cdot 10^{-2}} = 4,02 \text{ H}$$

$$[H] = \left[\frac{\text{H} \cdot \text{m}^2}{\text{m} \cdot \text{m}} \right] = [H]$$

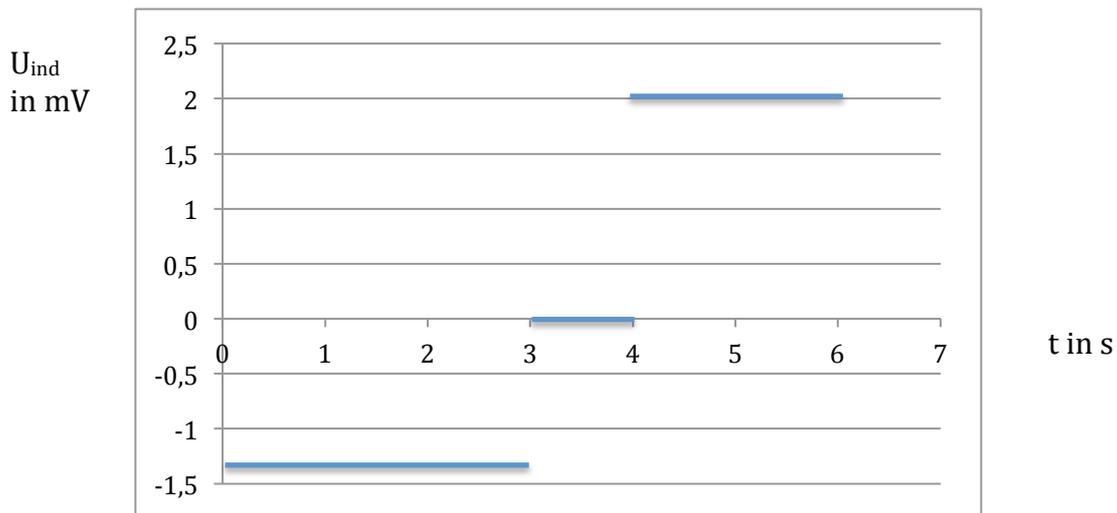
Energie im Magnetfeld:

$$E_{mag} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$

$$[J] = [H \cdot A^2] = \left[\frac{V \cdot s \cdot A^2}{A} \right] = [V \cdot s \cdot A] = [J]$$

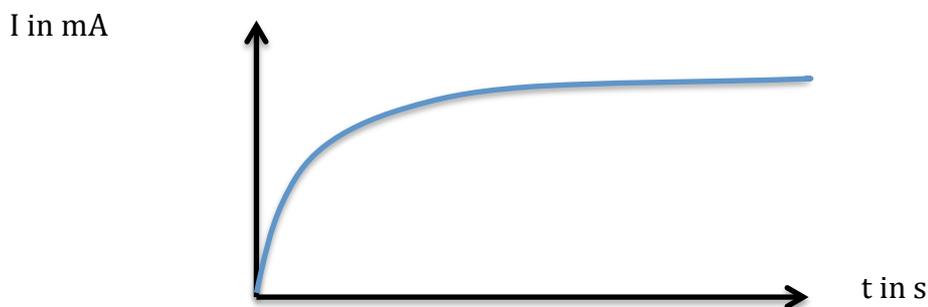
$$E_{mag} = \frac{1}{2} \cdot 4,02 \cdot (100 \cdot 10^{-3})^2 = 0,0201 J$$

c)



d)

$$\text{Widerstand: } R = \frac{U}{I} = \frac{40}{20 \cdot 10^{-3}} = 2000 \Omega$$



Der Endwert $I_0 = 20 \text{ mA}$ wird wegen der auftretenden Induktionsspannung U_{ind} nicht sofort erreicht. Diese U_{ind} versucht die Ursache ihrer Entstehung entgegen zu wirken (I).

Das Öffnen des Schalters lässt die Spule entladen, was in der Regel schneller stattfindet als das Laden und den Strom durch den Kreislauf mit dem Widerstand fließen lässt. Der Widerstand, in dem Fall die Glühbirne erreicht durch die schnelle Entladung die Zündspannung von 80V und somit erhellt die Birne.

Die induzierte Spannung ist entgegen des ursprünglichen Stroms gepolt, der durch die Gleichspannungsquelle U_0 entsteht.